数理解析研究所講究録
325巻 1978年 140-142

Brauer Correspondence について

北大 理　奥山 哲郎

1. 論文［1］において、Alperinは、有限群Gとその部分群Hで $N_G(P) \supseteq H \supseteq PC_G(P)$, Pはあるp-部分群となっているものとの間のBrauer correspondenceについての加群論的記述を行っている。ここでは、一般の部分群HとGの間のBrauer correspondenceについて考えてみる。

Fを標数が$p>0$の代数閉体，Gを有限群，$F[G]$をF上のGの群多元環とする。加群は右加群と考える。$F[G]$自身は、$t(x,y) = x^{-1}ty$, $t \in F[G]$, $x, y \in G$とおくことによって、$F[G \times G]$-加群とみることができ、Gのp-blockは、$F[G \times G]$-加群としての$F[G]$の直既約直和因子と一致している。Brauer correspondenceなど，モジュラー表現の理論についての用語，定義は、［2］，［3］を参照されたい。

2. これから、G，その部分群H，Hのp-block bを固定

して考える。

$F[H\times H]$-加群として自然に．$F[G]=\oplus\sum_{y}F[HyH]$，(ここで y は (H,H) 両側剰余類の代表系を動き，$F[HyH]$ は．HyH の元を基底として $F[H\times H]$-加群とみたもの）と書ける。b は $F[H]$ の $F[H\times H]$-直和因子であるから、自然な．$F[H\times H]$-射影 τ；$F[G]\to b$ と，$F[H\times H]$-入射 σ；$b\to F[G]$ がある。

ここで次の定義をする。

（定義）．F-線型写像 θ；$End_{G\times G}(F[G])\to End_{H\times H}(b)$ を $f\mapsto \sigma f\tau$ で定義する。

また，λ を自然な全型；$End_{H\times H}(b)\to End_{H\times H}(b)/J(End_{H\times H}(b))$ とする。

このとき．次の事が言える。

(*Proposition* 1.)

b^G *is defined in the sense of the Brauer correspondence if and only if* $\theta\lambda$ *is an algebra homomorphism.*

次の命題は．b^G が定義されるときの．b^G と b の加群としての関係を与える。

(*Proposition* 2.)

If b^G *is defined, then* b *as an* $F[H\times H]$*-module is isomorphic to a direct summand of* $b^G|_{H\times H}$.

次に，b^G が定義できるある十分条件を与える。

(*Theorem*).

If b has a multiplicity 1 in the decomposition of F[G] into indecomposable F[H×H]-modules, then b^G is defined.

最後に，上の定理の仮定をみたす例，すなわち b^G が定義できる例を与えておく．

(例 1.) 上の G，H，b で，b の defect group D が $C_G(D) \subseteq H$ となっているとき。([2], §2)

(例 2.) 同じく，ある複素既約指標 $\zeta \in b$ について，ζ^G が既約指標であるとき。([5], Theorem 2)。

参考文献

[1], J.L. Alperin. J. Algebra 47 (1977), 197-200

[2], R. Brauer. Math. Zeit. 72 (1959/60), 25-46

[3], W. Feit. "Representations of Finite Groups", Yale. Univ (1969)

[4], J. A. Green Math. Zeit. 79 (1962), 100-115

[5], W.F. Reynolds, Nagoya Math. J. 22 (1963), 15-32.